مقياس فيزياء-2 (LMD)
السنة الجامعية 2014/2013

جامعة منتوري قسنطينة
قسم الفيزياء

السلسلة رقم 01: التحليل الرياضي

التمرين 1: 1- باستعمال الطول العنصري المناسب، أحسب محيط دائرة نصف قطرها R.
2- باستعمال المساحة العنصرية المناسبة، أحسب: - مساحة دائرة نصف قطرها R -- المساحة الجانبية لأسطوانة نصف قطرها R وارتفاعها h - مساحة كرة نصف قطرها R.
3- باستعمال الحجم العنصري المناسب، أحسب : - حجم مكعب طول ضلعه a -- حجم الأسطوانة -- حجم الكرة.

التمرين 2: 1- أحسب التكامل $\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$.
2- أحسب الزاوية المجسمة التي نرى من خلالها قرصا نصف قطره R انطلاقا من نقطة 0 توجد فوق محوره على مسافة d من مركزه `O. استنتج الزاوية المجسمة التي نرى من خلالها نصف الفضاء ثم كل الفضاء.

التمرين 3: حقل سلمي معرف بالعلاقة: $V(x,y,z) = \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{25}$
1- حدد شكل سطوح تساوي الكمون ثم أرسم تقاطعها مع المستوي (OXY).
2- عين الحقل الشعاعي $\vec{E}(x,y,z)$ الناتج عن هذا الكمون، أرسم خطوط هذا الحقل على الرسم السابق
3- أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(\vec{E})$، ماذا تلاحظ ؟

التمرين 4:- ليكن الحقل الشعاعي $\vec{E} = 4xz\vec{\imath} - y^2\vec{\jmath} + yz\vec{k}$. أحسب تدفق $\vec{E}$ عبر سطح المكعب المحدد ب $(x = 0\ ,\ x = 3)$ ، $(y = 0\ ,y\ = 3)$ و $(z = 0\ ,z\ = 3)$. أعد حساب هذا التدفق باستعمال نظرية قرين-أرستوغرادسكي.

التمرين 5: لتكن النقطة $M(x,y,z)$ و شعاع الموقع $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$، ناخذ $r = \|\vec{r}\|$. أحسب :
1- $\overrightarrow{\text{grad}}r$ ، $\overrightarrow{grad}\frac{1}{r}$ ، $\overrightarrow{\text{grad}}(Lnr)$ وبين أن $\overrightarrow{\text{grad}}V(r)$ يكون دائما متجها حسب $\vec{Ur}$.
2-أعد الحسابات السابقة باستعمال عبارة التدرج في جملة الإحداثيات الكروية. ماذا تستنتج؟

التمرين 6: - ليكن الحقل الشعاعي: $\vec{E} = K\frac{\vec{r}}{r^3}$ حيث K ثابت، هل توجد دالة φ بحيث: $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi$
في حالة نعم أوجد هذه الدالة. أحسب $\oint \vec{E}\,\overrightarrow{dr}$. أحسب تباعد الحقل $\vec{E}$، ماذا نسمي هذا النوع من الحقول.
أحسب كذلك: - $\overrightarrow{Rot}(\vec{r})$ ، $\overrightarrow{Rot}(\vec{r}/r)$ و كذلك $\overrightarrow{Rot}(\vec{A})$ ، حيث أن :
$\vec{A} = -5x^2y^3\vec{i} + 4y^3z^2x\vec{j} + 6x^2y^3z^2\vec{k}$ ، عين القيمة عند النقطة $M_1(-4,3,2)$ ،
حدد مجموعة النقاط التي يكون فيها $\overrightarrow{Rot}(\vec{A}) = \vec{0}$

تمارين إضافية :

- التمرين 07: من أجل الحقلين الشعاعيين التاليين، أحسب عبارة التباعد:

-1 $\vec{A} = 3x\vec{i} + 5y\vec{j} - 2z\vec{k}$ ، $\vec{U} = 5\,\vec{r}/\|\vec{r}\|$

-2 في حالة الحقل الثاني، أعد الحساب باستعمال : $Div(f.\vec{a}) = \vec{a}.\overrightarrow{grad}(f) + f.Div(\vec{a})$

-3 أحسب عبارة كل من : $\Delta(r)$ ، $\Delta(r^2)$ و $\Delta(1/r)$: $(\Delta = Div(\overrightarrow{grad}))$

- التمرين 08 : ليكن الحقل السلمي : $V(x,y,z) = 9x^2 - 4xy^2 - 3yz^3 + z^2 + 5$

-1 أحسب عبارة الحقل الشعاعي : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

-2 أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(\vec{E})$ ، ماذا تلاحظ ؟

-3 أحسب قيمة $\vec{E}$ عند النقطتين $M_1(2,-1,1)$ و $M_2(1/6,-2,7/6)$

التمرين 09: يعرف السطح S بالمعادلة: $S(x,y,z) = 3x^3 - 8y^2 + 6z^4 = S_0$

حيث S_0 ثابت كيفي، باستعمال علاقة التدرج، أستخرج مركبات شعاع الواحدة الناظمي $\vec{n}(s)$ لهذا السطح عند النقطتين $M_1(-2,-1,3)$ و $M_2(3,2,-5)$

التمرين 10: نعرف الحقل السلمي : $V(x,y) = x^2/4 + y^2/9$

-1 أستنتج شكل سطوح تساوي الكمون و أرسمها

-2 عين الحقل الشعاعي $\vec{E}(x,y)$ الناتج عن هذا الكمون، ثم أرسم خطوط هذا الحقل

-3 أحسب عبارة $\overrightarrow{Rot}(E)$ ، ماذا تلاحظ ؟

-4 أعد نفس السؤال من أجل الحقل : $V(x,y,z) = 5x^2 - 9xy^2z^2 + 3yz^3 + 4z - 15$

- التمرين 11 : أحسب عبارة التباعد من أجل الحقول الشعاعية :

-1 $\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ ، $\vec{U_r} = \vec{r}/\|\vec{r}\|$

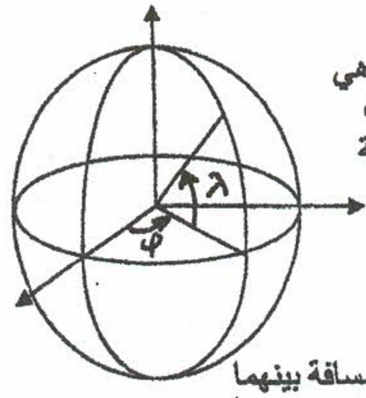
-2 أعد حساب السؤال الثاني باستعمال العلاقة : $Div(f.\vec{a}) = \vec{a}.\overrightarrow{grad}(f) + f.Div(\vec{a})$

جامعة قسنطينة
قسم الفيزياء (LMD)

مقياس(فيزياء1)
السنة الجامعية 2013/2012

السلسلة رقم 02 : حركة النقطة المادية

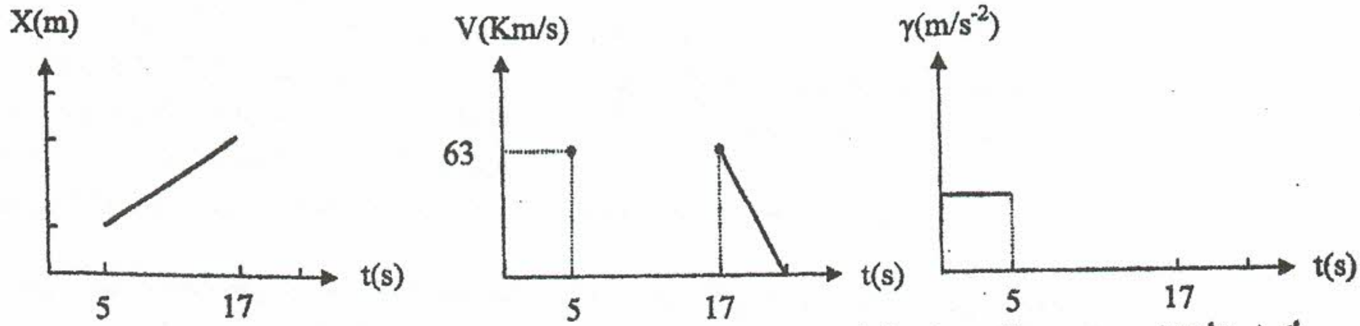
التمرين 01: نعتبر الأرض كرة نصف قطرها R=6370 Km. يحدد موقع نقطة M فوق سطح الأرض باستعمال الإحداثيات الجغرافية λ (زاوية خط العرض) و φ (زاوية خط الطول).



1-أكتب عبارة شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{R}$ في المعلم (Ox,Oy,Oz).

2- إذا كانت الإحداثيات الجغرافية لمدينة قسنطينة المعرفة بالنقطة M_1 هي $\lambda_1 = 36.35°$ و $\varphi_1=6.60°$ والإحداثيات الجغرافية لمدينة تمنراست المعرفة بالنقطة M_2 هي $\lambda_2 = 22.79°$ و $\varphi_2=5.52°$ أحسب الزاوية $(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2})$ ثم استنتج المسافة الأقصر بين المدينتين في النموذج الكروي للأرض. قارن المسافة المحسوبة مع المسافة d=1800 Km المعطاة في الدليل الخاص بشبكة الطرقات.

التمرين 02: تنتقل سيارة فوق طريق أفقي مستقيم بين نقطتين A وB المسافة بينهما d= 300 m. نعطي المعلومات الجزئية المتعلقة بالموقع والسرعة والتسارع في الأشكال التالية :



أكمل الأشكال مع تحديد القيم وطبيعة المنحنيات. ما هو الزمن T للإنتقال من A إلىB.

التمرين 03: عمود AB طوله l يملك طرفيه باستمرار A فوق المحورOx و B فوق المحور Oy العمودي مباشرة على Ox . نشير بـφ إلى الزاوية التي يصنعها العمود مع المحور Ox. ما هو المسار التي ترسمه النقطة M من العمود المعرفة ب AM=b<l عندما تتغيرφ.

التمرين 04: تعطى إحداثيات نقطة مادية بدلالة الزمن على النحو التالي :

$$X(t) = 2t \quad \text{و} \quad Y(t) = 4t(t-1)$$

1– عين طبيعة المسار و أرسمه في معلم ديكارتي ثم حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها

2– احسب عبارة شعاع السرعة عند اللحظة t ، ثم استخرج طويلته

3– بين بأن الحركة ذات تسارع ثابت ، أحسب مركبتيه المماسية والناظمية ، ثم استنتج نصف قطر الإنحناء.
ما هي اللحظة الزمنية التي من أجلها يكون شعاعا السرعة و التسارع متعامدين ؟

4– هل توجد لحظة زمنية يكون فيها الشعاعان متوازيين؟

التمرين 05: تتحرك نقطة مادية في المستوي (Ox, Oy) لجملة الإحداثيات الكرتيزية وفق المعادلات الوسيطية :

$$x(t) = a\cos\omega t \quad \text{و} \quad y(t) = b\sin\omega t$$

حيث a ، b و ω مقادير ثابتة موجبة، a > b و t هو الزمن.

1- ما هي معادلة المسار للنقطة M ؟ مثله بيانيا.

2- أعط شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ ثم أحسب شعاع السرعة $\overrightarrow{V(t)}$ للنقطة M وطويلته.

3- أحسب عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ وطويلته.

4- أكتب عبارتي $\overrightarrow{V(t)}$ و $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في الإحداثيات المنحنية $(\overrightarrow{U_T},\overrightarrow{U_N})$. ما هي مركبات شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_T}$ في جملة الإحداثيات الكرتيزية.

5- بين أنه يمكن كتابة مركبات التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$ من الشكل : $\gamma_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}$ و $\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|}$ ثم استنتج γ_T و γ_N.

6- أحسب عبارة نصف قطر الانحناء للمسار.

7- حدد فوق المسار أين تكون حركة النقطة M متسارعة وأين تكون متباطئة.

التمرين 06: تتحرك نقطة مادية في الإحداثيات القطبية وفق المعادلات الوسيطية :

$$\rho = R\,(1 + \cos\omega t)\quad , \quad \theta = \omega t$$

1- شكل جدول تغير $(\rho\ ,\ \theta)$ بدلالة الزمن ثم أرسم مسار الحركة

2- أحسب المركبات القطبية لشعاعي السرعة و التسارع ، ثم استنتج المركبات الديكارتية الموافقة.

3- أحسب طويلتي السرعة و التسارع و استنتج المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع.

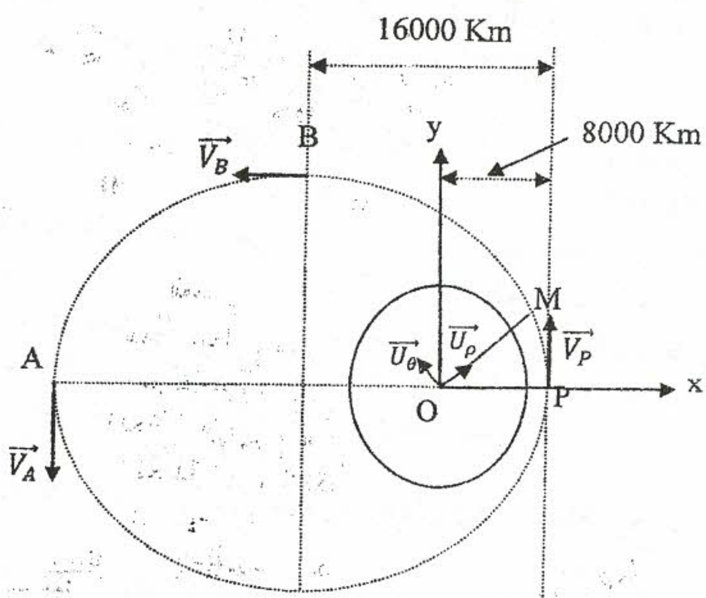
4- أحسب نصف قطر انحناء المسار بدلالة الزمن

5- أحسب طول المسار بين اللحظة الابتدائية $t_1 = 0$ و اللحظة $t_2 = 2\pi/\omega$

6- (إضافي) أعد الإجابة على جميع الأسئلة السابقة في الحالة التي تكون فيها المعادلات الوسيطية هي:

$$\rho = r(1 - \sin\omega t)\ ,\ \theta = \omega t\ .$$

التمرين 07: مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض محدد في جملة الإحداثيات القطبية بمعادلة القطع الناقص: $OM = r = \frac{p}{1+e.\cos\theta}$.



1- حدد ثم احسب p و e.

2- في مثل هذه الحركة التسارع مركزي، بين إذن أن : $r\dot{\theta}^2 = c = cte$. أحسب قيمة c.

3- حدد ثم أحسب V_A سرعة النقطة M في A.

4- علما بأن سرعة الصاروخ $\overrightarrow{V_B}$ في B موازية للمحور القطبي Ox ، بين أن: $r_B = \frac{r_A+r_P}{2}$.

نعطي : $V_P = 8.640\ Km/s$

- التمرين 08(إضافي) : حركة جسيم مشحون داخل حقل كهرومغناطيسي، تكتب في الإحداثيات القطبية من الشكل :

$$\rho = r_0\, e^{\frac{t}{a}} \quad , \theta = \frac{t}{a} \quad : \quad \text{حيث } r_0 \ , \ a \ \text{ثابتان موجبان}$$

1- أحسب المركبات القطبية لشعاع السرعة و طويلته

2- بين أن الزاوية $(\vec{V}\ ,\ \vec{U}_\theta)$ ثابتة ، حدد قيمتها

3- أحسب المركبات القطبية لشعاع التسارع و طويلته

4- بين أن الزاوية $(\vec{\gamma}\ ,\ \vec{U}_N)$ ثابتة ، حدد قيمتها

5- أحسب نصف قطر انحناء المسار

التمرين 09: نعتبر اللولب المعرف في الإحداثيات الكرتيزية بالمعادلات الوسيطية:

$x = R\cos\omega t\, ,\ y = R\sin\omega t,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$ حيث R وh و ω ثوابت موجبة .

1- عبر عن قوس عنصري ds من المسار بدلالة dx، dy و dz ثم عبرعن ds بدلالة R ، h ، ω و dt.

2- أحسب الفاصلة المنحنية $s(t) = \widehat{M_0M}$ بين $M_0(t = 0)$ و $M(t)$.

3- في الإحداثيات الأسطوانية معادلات نفس اللولب تكتب: $r=R,\ \theta = \omega t\, ,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$. عبر عن ds بدلالة dr ، dθ و dz ثم استنتج مرة أخرى عبارة ds.

4- ما هي مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$ للإحداثيات الأسطوانية.

5- باستعمال علاقة فرينت (Frenet) $\frac{d\overrightarrow{U_t}}{ds} = \frac{\overrightarrow{U_n}}{\rho}$ حدد شعاع الواحدة الناظمي $\overrightarrow{U_n}$ واحسب نصف قطر الإنحناء ρ بدلالة R و h.

6- أوجد عبارات السرعة والتسارع لنقطة M ترسم هذا اللولب مع الزمن t في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$. بين أن طويلة شعاع السرعة ثابتة.

7- وظف نتائج السؤال السابق للحصول على عبارة نصف قطر إنحناء اللولب.

التمرين10: في المستوي $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ ، دائرة قطرها OA تدور بسرعة زاوية ω حول النقطة O. المركز O' للدائرة متحرك ويؤخذ كمبدأ للمرجع المتحرك $(\overrightarrow{O'x'}, \overrightarrow{O'y'})$ بحيث OA متطابق مع المحور $(\overrightarrow{O'x'})$. في اللحظة الإبتدائية (t=0) A توجد فوق Ox أي Ox و $O'x'$ متطابقين. نقطة M، تؤخذ إبتداء في A، تنتقل فوق محيط الدائرة بنفس السرعة الزاوية ω.

1- أحسب بطريقة مباشرة شعاعي السرعة والتسارع للنقطة M في المرجع الثابت $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ باشتقاق $\overrightarrow{OM}$.

2- أحسب شعاعي السرعة والتسارع للنقطة M في المرجع النسبي $(\overrightarrow{O'x'}, \overrightarrow{O'y'})$.

3- أحسب السرعة المكتسبة، التسارع المكتسب والتسارع التكميلي (تسارع كوريوليس). بين أن استعمال قوانين تركيب الحركات يؤدي إلى نتيجة السؤال الأول.

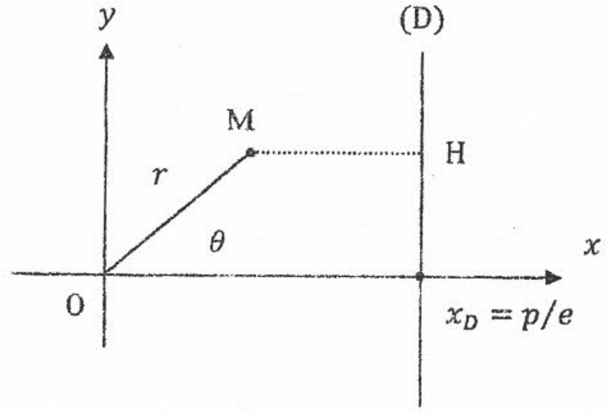
التمرين 11 (إضافي): نعتبر عجلة نصف قطرها R تدور حول مركزها من دون انزلاق فوق ممر مستقيم بحيث السرعة الخطية u لمركزها تبقى ثابتة. لتكن نقطة M ثابتة فوق محيط العجلة. نعتبر موقعها عند الإنطلاق على الممر.

1- أحسب السرعة النسبية والسرعة المكتسبة والسرعة المطلقة للنقطة M.
2- أستنتج القيمة العظمى والقيمة الصغرى لشدة السرعة المطلقة وحدد مواقع M التي توافقها.
3- أحسب التسارع النسبي ، المكتسب، تسارع كوريوليس و التسارع المطلق.
نختار أشعة القاعدة للمرجع النسبي موازية لأشعة القاعدة للمرجع المطلق.

<u>التمرين 13(للتدرب):</u> معادلة الأشكال المخروطية
نعتبر مستقيم (D) عمودي على المحور $\overrightarrow{Ox}$ ويقطعه من الجهة الموجبة عند $x_D = {}^{p}/_{e}$ حيث p و e ثوابت

موجبة. المستقيم ( ) والمحور $\overrightarrow{Ox}$ يحددان معا مستوي (P) .
1- نعتمد الإحداثيات القطبية في المستوي (P) بحيث $\overrightarrow{\ \ }$ هم المحور القطبي. حدد معالة موقع النقاط M من (P) التي تملك نسبة المسافة إلى المبدأ O على المسافة إلى(D) ثابتة وتساوي e. بين ، بناء على اعتبارات بسيطة وحسب القيم ل e، أن هذه المواقع يمكن أو لا يمكن أن يكون لها وجود في ما لا نهاية. هذه المنحنيات تسمى الأشكال المخروطية.
2- عبر عن إحداثيات نقطة من شكل مخروطي في الإحداثيات الكرتيزية. أكتب cos θ و sin θ بدلالة x، y، p و e ثم استخرج معادلة الأشكال المخروطية في الإحداثيات الكرتيزية.
3- عاين الحالة $e = 1$ في الإحداثيات الكرتيزية. لما $e \neq 1$ أجري التبديل الأتي في المتغيرات: $Y = y$ و $X = x + {}^{ep}/_{(1-e^2)}$ ثم أكتب معادلات الأشكال المخروطية بالمتغيرات الجديدة مع التمييز بين حالتين.

$$\frac{OM}{MH} = e$$



<u>- التمرين 14 (إضافي):</u> تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الزمنية :
$$Z(t) = 2\sqrt{2}re^{\omega t} \quad , \quad \rho(t) = 2re^{\omega t} \quad , \quad \theta(t) = \omega t$$
حيث r , ω ثابتان موجبان. أوجد :
1- المركبات الأسطوانية لشعاعي السرعة و التسارع و طويلتيهما.
2- المركبات الديكارتية للسرعة و التسارع.
3- المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع
4- أستنتج نصف قطر الانحناء و إحداثيات مركز الانحناء
5- أحسب طول المسار الذي تقطعه النقطة بين اللحظتين الابتدائية و t.

مقياس(فيزياء1)
السنة الجامعية 2014/2013

جامعة قسنطينة
قسم الفيزياء (LMD)

+ TD . N° 01

مقياس : فيزياء 1 : ميكانيك النقطة المادية

محتوى المقياس :

- الفصل الأول : مراجعة وتكملة حول الأشعة.

1- - تعاريف : مقدار سلمي و مقدار شعاعي ، شعاع مقيد و شعاع منزلق و شعاع حر ، الأشعة المتسايرة
- جمع الأشعة : تعريف ، الخواص ، تبديلي ، تجميعي ، عنصر محايد ، عنصر نظير ، شعاع الواحدة
- الجداء بعدد سلمي : تعريف ، الخواص ، توزيعي للجمع ، توزيعي للجداء بعدد
- قاعدة التمثيل و نظام الإحداثيات : القاعدة المتعامدة والمتجانسة ، مركبات شعاع داخل قاعدة متعامدة ومتجانسة ، شعاع الواحدة و جيوب التمام الموجهة

2- العمليات على الأشعة :
- الجداء السلمي : تعريف ، الخواص ، العبارة التحليلية ، طويلة شعاع
- الجداء الشعاعي : تعريف ، الخواص ، العبارة التحليلية ، المفهوم الهندسي
- الجداء المختلط : تعريف ، الخواص ، المفهوم الهندسي
- الجداء المضاعف : تعريف ، الخواص
- الدوال الشعاعية : تعريف ، الخواص ، الإشتقاق و خواصه ، التكامل و خواصه

- الفصل الثاني : جملة الإحداثيات.

1- الإحداثيات في المستوي :
- الأحداثيات القطبية : تعريف، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركبتها و مشتقاتها

2- الإحداثيات في الفضاء :
- الإحداثيات الأسطوانية : تعريف ، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركباتها ، ..
- الإحداثيات الكروية : تعريف ، العلاقة مع الإحداثيات الكارتيزية ، أشعة الواحدة ، مركباتها ، ...

3- عناصر الطول ، المساحة ، و الحجم : الإحداثيات الكارتيزية ، القطبية ، الأسطوانية و الكروية.

- الفصل الثالث : حركة النقطة المادية.

1- عموميات : النقطة المادية ، المسار ، الفاصلة المنحنية ، المعادلة الزمنية.

2- السرعة و التسارع : شعاع الموقع ، السرعة المتوسطة و السرعة اللحظية ، التسارع المتوسط و التسارع اللحظي.

3- **السرعة و التسارع في مختلف الإحداثيات : السرعة و التسارع في الإحداثيات الكارتيزية ، في الإحداثيات القطبية ، في الإحداثيات الأسطوانية ، الإحداثيات الذاتية ، و الإحداثيات الكروية.**

4- **تطبيقات : الحركة المستقيمة ، الحركة الدائرية ، الحركة التوافقية ، الحركة ذات تسارع مركزي.**

- الفصل الرابع : الحركة النسبية للنقطة المادية .

1- **مقدمة : المعلم المطلق و المعلم النسبي ، المقادير المطلقة و المقادير النسبية ، السرعة المطلقة و السرعة النسبية ، التسارع المطلق و التسارع النسبي.**

2- **تركيب السرعات : العلاقة بين السرعة المطلقة و السرعة النسبية ، حالة الإنسحاب ، حالة الدوران ، الحالة العامة.**

3- **تركيب التسارعات : العلاقة بين التسارع المطلق و التسارع النسبي ، حالة الإنسحاب ، حالة الدوران ، الحالة العامة.**

4- **تطبيقات : السقوط الحر ، التسارع التكميلي ، نواس فوكو ، حركة الدوران دون إنزلاق ، تحويلات غاليلي و تحويلات لورنس.**

- الفصل الخامس : تحريك النقطة المادية .

1- - **مقدمة : تعاريف ، معلم كوبرنيك و معلم العطالة.**

2- - **التحريك الغاليلي : - كمية الحركة ، مبدأ إنحفاظ كمية الحركة - القوانين الأساسية للتحريك : قانون العطالة ، العلاقة الأساسية للتحريك ، مبدأ الفعل و رد الفعل - كتلة العطالة وكتلة الثقال - تطبيق : مشكلة الصاروخ**

- الفصل السادس : العمل و الطاقة الميكانيكية .

1- العمل و الطاقة الحركية : - عمل القوة: تعريف ، العبارة التحليلية للعمل ، القدرة ، أمثلة - الطاقة الحركية : تعريف ، نظرية الطاقة الحركية ، أمثلة.

2- الحقل و الطاقة الكامنة: - الحقل السلمي و الحقل الشعاعي - العلاقة بين القوة و الطاقة الكامنة - مؤثر التدرج و التفاضل التام - القوى المحافظة و القوى غير المحافظة - تطبيقات : الطاقة الكامنة التوافقية ، الطاقة الكامنة الجاذبية.

3- الطاقة الميكانيكية الكلية : إنحفاظ الطاقة الميكانيكية الكلية ، مناقشة منحني الطاقة الكامنة (بئر الكمون و حاجز الكمون) ، التوازن المستقر و التوازن غير المستقر، الطاقة الميكانيكية بوجود قوة غير محافظة.

4- تطبيقات : حركة جسم داخل حقل قوة مركزية.

السلسلة رقم 01 : مراجعة حول الأشعة

- التمرين 01: في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $P(2,-1,3)$ و $Q(5,1,-1)$.

1- مثل هندسيا الشعاع $\overrightarrow{PQ}$ وأعط مركباته ثم أحسب المسافة بين P و Q .

2- مثل في المعلم الشعاع $\overrightarrow{OA}$ المساير لـ $\overrightarrow{PQ}$ و أحسب شعاع واحدته $\vec{U}$.

3- مثل الأشعة $\overrightarrow{OA_1}$ ، $\overrightarrow{OA_2}$ و $\overrightarrow{OA_3}$ حيث A_1 ، A_2 و A_3 هي مساقط النقطة A على المستويات (Oxy)، (Oxz) و (Oyz).

4- أوجد إحداثيات النقطة B التي تنتمي إلى المستوي (Oxy) بحيث يكون:

أ- الشعاع $\overrightarrow{OB}$ عموديا على الشعاع $\overrightarrow{OA_1}$ (يمكن الاكتفاء بالحالة أ فقط والبقية في المنزل)

ب- الشعاع $\overrightarrow{OB}$ عموديا على الشعاع $\overrightarrow{OA_2}$

ج- الشعاع $\overrightarrow{OB}$ موازيا للشعاع $\overrightarrow{OA_3}$

- التمرين 02: في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بين أن من أجل الشعاع الكيفي $\vec{A}$ لدينا دائما:

أ- $\vec{A} = (\vec{A}.\vec{i})\vec{i} + (\vec{A}.\vec{j})\vec{j} + (\vec{A}.\vec{k})\vec{k}$

ب- $\vec{A} = \|\vec{A}\|(\mathrm{Cos}\alpha\,\vec{i} + \mathrm{Cos}\beta\,\vec{j} + \mathrm{Cos}\gamma\,\vec{k})$

حيث α ، β و γ هي الزوايا التي يصنعها $\vec{A}$ على التوالي مع $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (جيوب التمام الموجهة).

ماذا تمثل هذه الجيوب بالنسبة لشعاع الواحدة المرتبط بـ $\vec{A}$

ج- عندما يكون $\vec{A} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ أحسب α ، β و γ وتأكد من العلاقة :

$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$.

- التمرين 03(إضافي): لتكن مجموعة الأشعة : $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ، $\vec{B} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$

و $\vec{C} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

1- أحسب طويلة كل شعاع ، و أشعة الواحدة المرفقة بها

2- أحسب $\vec{U} = \vec{A} + \vec{B}$ ، $\vec{V} = 2\vec{A} - 3\vec{B}$ و $\vec{W} = \vec{A} - 2\vec{B} + 3\vec{C}$.

- التمرين 04 : لدينا الأشعة :, $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{C} = -2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

1- أحسب محصلة هذه الأشعة

2- نعطي الشعاع $\vec{U} = U_x\,\vec{i} + U_y\,\vec{j}$ ، حيث U_x و U_y تمثل مركبات هذا الشعاع ، أوجد هذه المركبات حتى يصبح $\vec{U}$ شعاع الواحدة لمحصلة الأشعة الثلاثة

3- أحسب جيوب التمام الموجهة لهذا الشعاع و تحقق من تطابقها مع مركباته.

- التمرين 05 : 1- لدينا الشعاعان $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ و $\vec{B} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ أحسب طويلة كل منهما.

2- أحسب الجداء السلمي $\vec{A}.\vec{B}$ ثم أستنتج الزاوية $(\vec{A},\vec{B})$ بينهما.

3- ما هي مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$ والمسافة بين A و B. تأكد من العلاقة :

$$\|\overrightarrow{AB}\|^2 = \|\overrightarrow{OA}\|^2 + \|\overrightarrow{OB}\|^2 - 2\|\overrightarrow{OA}\|.\|\overrightarrow{OB}\|\cos(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$$.

بين أن هذه العلاقة تبقى صحيحة في الحالة العامة.

4- عندما تكون $\|\overrightarrow{OA}\| = \|\overrightarrow{OB}\|$ بين أن أقطار المعين المشكل على الأشعة $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ متعامدة

5- أحسب الجداء الشعاعي $(\vec{A}\wedge\vec{B})$ ثم أستنتج بطريقة أخرى الزاوية $(\vec{A},\vec{B})$. ما هو شعاع الواحدة $\vec{U}$ للشعاع $(\vec{A}\wedge\vec{B})$.

6- نعرف الشعاع $\vec{W} = x\vec{i} + y\vec{j} - 2\vec{k}$ ، أوجد y و x ليكون $\vec{U}$ هو أيضا شعاع واحدة ل $\vec{W}$.

- التمرين 06 : يعطى الشعاعان $\vec{V} = -\alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$ و $\vec{W} = \alpha\vec{i} - \beta\vec{j} + x\vec{k}$ حيث أن α ، β و γ ثوابت . حدد قيمة الوسيط x إن أمكن بدلالة هذه الثوابت حتى يكون :

1- $\vec{V} \parallel \vec{W}$

2- $\vec{V} \perp \vec{W}$

3- الزاوية $(\vec{V},\vec{W})$ تساوي $\pi/4$.

- التمرين 07 : لتكن الأشعة : $\vec{A} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ و $\vec{C} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$

1- أحسب : $\vec{A}.\vec{B}$ ، $\vec{A}.\vec{C}$ و $\vec{B}.\vec{C}$

2- أحسب كذلك : $\vec{A}\wedge\vec{B}$ ، $\vec{A}\wedge\vec{C}$ و $\vec{B}\wedge\vec{C}$

3- أوجد الزاوية $(\vec{B},\vec{C})$

4- أحسب مساحة متوازيي الأضلاع المشكلين من الشعاعين $(\vec{A},\vec{B})$ و $(\vec{B},\vec{C})$

5- أحسب الجداء المضاعف $(\vec{A}\wedge\vec{B})\wedge\vec{C}$ ، $\vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})$ ، ماذا تستنتج.

6- أحسب الجداء المختلط : $(\vec{A}\wedge\vec{B}).\vec{C}$ و $(\vec{B}\wedge\vec{C}).\vec{A}$ و $(\vec{C}\wedge\vec{A}).\vec{B}$ ، ماذا تلاحظ.

ماذا يمثل هذا الجداء.

- التمرين 08 (إضافي) : 1- لتكن مجموعة الأشعة : $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = -\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ و $\vec{V}_3 = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ أوجد قيمة الوسيط α إن كان ذلك ممكنا حتى يكون :

$\alpha\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 \parallel \vec{k}$ ، $\alpha\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 \parallel \vec{j}$ ، $\alpha\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 \parallel \vec{i}$ و

$\alpha\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$

2- أوجد قيمة الوسيطين α و β حتى يكون : $\vec{V}_3 = \alpha\vec{V}_1 + \beta\vec{V}_2$

3- أحسب الجداءات : $\vec{V}_1.(\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$ ، $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2).\vec{V}_3$ و $\vec{V}_1\wedge(\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$ و $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)\wedge\vec{V}_3$

4- أحسب الجداء المختلط : $(\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2).\vec{V}$ و $(\vec{V}_3\wedge\vec{V}_2).\vec{V}_1$ ، ماذا تلاحظ .

5- أحسب الجداء المضاعف : $(\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2)\wedge\vec{V}_3$ و $\vec{V}_1\wedge(\vec{V}_2\wedge\vec{V}_3)$ ، ماذا تلاحظ .

- التمرين 09 (إضافي): ليكن في الفضاء ذي الثلاث أبعاد ، الشعاع : $\vec{U} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ و لتكن النقطة A (2,1,-1) و النقطة B (x , y , z) .

1- أوجد إحداثيات النقطة B بحيث يكون :

$\overline{AB} \perp \vec{U}$ ، ماذا تمثل مجموعة هذه النقاط

$\overline{AB} \parallel \vec{U}$ ، ماذا تمثل مجموعة هذه النقاط

2- أوجد إحداثيات النقطة B حتى يكون الجداء : $\vec{U} \wedge \overline{AB} \parallel \vec{k}$ ، $\vec{U} \wedge \overline{AB} \perp \vec{k}$

ـ التمرين 10 : لتكن الدالة الشعاعية : $\overline{V(t)}$ تابعة للزمن t بحيث تكتب من الشكل :

$$\overline{V(t)} = V_x(t)\,\vec{i} + V_y(t)\,\vec{j} + V_z(t)\,\vec{k}$$

1- بين في الحالة العامة أن : $\|d\vec{V}/dt\| \neq d\|\vec{V}\|/dt$ ، متى تتحقق المساواة

2- بين أن المساواة : $\vec{V}.d\vec{V}/dt = \|\vec{V}\|.d\|\vec{V}\|/dt$ صحيحة مهما كانت عبارة $\overline{V(t)}$

3- إذا كانت $\|\vec{V}\| = Cte$ بين أن $\vec{V}(t) \perp d\vec{V}(t)/dt$

التمرين 11 : لتكن الدالة الشعاعية $\overrightarrow{R(t)} = X(t)\vec{i} + Y(t)\vec{j} + Z(t)\vec{k}$ في الجملة الكرتيزية $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $X(t)$ ، $Y(t)$ و $Z(t)$ هي دوال ل t قابلة للإشتقاق.

1) بين أن: $\dfrac{d\overrightarrow{R(t)}}{dt} = \dfrac{dX(t)}{d}\vec{i} + \dfrac{dY(t)}{dt}\vec{j} + \dfrac{dZ(t)}{dt}\vec{k}$

2) عندما تكون $\overrightarrow{R(t)} = 3e^{-2t}\vec{i} + 2\cos 3t\,\vec{j} + 2\sin 3t\,\vec{k}$ أحسب $\dfrac{d\overrightarrow{R(t)}}{dt}$ ، $\dfrac{d^2\overrightarrow{R(t)}}{dt^2}$

وشدتهما $\left\|\dfrac{d\overrightarrow{R(t)}}{dt}\right\|$ و $\left\|\dfrac{d^2\overrightarrow{R(t)}}{dt^2}\right\|$ عندما $t = 0$.

3) عندما تكون $\dfrac{d^2\overrightarrow{R(t)}}{dt^2} = 6t\vec{i} - 24t^2\vec{j} + 4\sin t\,\vec{k}$ ما هي عبارة $\overrightarrow{R(t)}$ إذا كان

$\vec{R} = 2\vec{i} + \vec{j}$ و $\dfrac{d\vec{R}}{dt} = -\vec{i} - 3\vec{k}$ لما t=0 .

4) بين أن الدالة $\overrightarrow{R(t)} = e^{-t}\left(\overrightarrow{C_1}\cos 2t + \overrightarrow{C_2}\sin 2t\right)$ تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

$\dfrac{d^2\vec{R}}{dt^2} + 2\dfrac{d\vec{R}}{dt} + 5\vec{R} = \vec{0}$ حيث $\overrightarrow{C_1}$ و $\overrightarrow{C_2}$ شعاعان ثابتان.

التمرين 12 (إضافي): 1) لتكن الأشعة $\vec{A} = 5t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k}$ و $\vec{B} = \sin t\,\vec{i} - \cos t\,\vec{k}$. أحسب :

$\dfrac{d(\vec{A}.\vec{B})}{dt}$ ، $\dfrac{d(\vec{A}\wedge\vec{B})}{dt}$ و $\dfrac{d(\vec{A}\wedge\vec{A})}{dt}$.

2) نأخذ الآن $\vec{A} = t^2\vec{i} - t\vec{j} + (2t+1)^2\vec{k}$ و $\vec{B} = (2t+1)\vec{i} + \vec{j} - t^2\vec{k}$. أحسب $\dfrac{d(\vec{A}.\vec{B})}{dt}$ ،

$\dfrac{d(\vec{A}\wedge\vec{B})}{dt}$ ، $\dfrac{d(\vec{A}+\vec{B})}{dt}$ و $\dfrac{d}{dt}\left(\vec{A}\wedge\dfrac{d}{dt}\vec{B}\right)$ عندما t=1 .

جامعة الإخوة منتوري - قسنطينة 1 السنة الجامعية 2018-2019

مقياس الفيزياء1

السنة الأولى علوم المادة

السلسلة رقم 02 : حركة النقطة المادية

التمرين 1 : عمود AB طوله l يملك باستمرار طرفه A فوق المحور Ox وطرفه B فوق المحور Oy العمودي على Ox . نشير ب φ إلى الزاوية التي يصنعها العمود مع المحور Ox. ما هو المسار الذي ترسمه النقطة M من العمود المعرفة ب : $AM = b < l$ عندما تتغير φ .

التمرين 2 : تعطى إحداثيات نقطة مادية بدلالة الزمن t على النحو التالي :

$x(t) = 2t$ و $y(t) = 4t(t-1)$

1- عين طبيعة المسار و أرسمه في معلم ديكارتي ثم حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها

2- احسب عبارة شعاع السرعة عند اللحظة t ، ثم استخرج طويلته . حدد شعاع السرعة الإبتدائية ومثله على الرسم.

3- بين بأن الحركة ذات تسارع ثابت ، أحسب مركبتيه المماسية والناظمية ، ثم استنتج نصف قطر الإنحناء. حدد موقع الإنحناء الأكبر على المسار ومركزه.

ما هي اللحظة الزمنية التي من أجلها يكون شعاعا السرعة و التسارع متعامدين؟ مثلهما على المسار.

4- هل توجد لحظة زمنية يكون فيها الشعاعان متوازيين؟

التمرين 3 : تتحرك نقطة مادية في المستوي (Ox, Oy) لجملة الإحداثيات الديكارتية وفق المعادلات الوسيطية : $x(t) = a\cos\omega t$ و $y(t) = b\sin\omega t$ ، حيث a ، b و ω مقادير ثابتة موجبة مع $a > b$ و t هو الزمن.

1- ما هي معادلة المسار للنقطة M ؟ مثله بيانيا.

2- أعط شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ ثم أحسب شعاع السرعة $\overrightarrow{V(t)}$ للنقطة M وطويلته.

3- أحسب عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ وطويلته.

4- أكتب عبارتي $\overrightarrow{V(t)}$ و $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في الإحداثيات المنحنية $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$. ما هي مركبات شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_T}$ في جملة الإحداثيات الديكارتية.

5- بين أنه يمكن كتابة مركبات التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$ من الشكل : $\gamma_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}$ و $\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|}$ ثم استنتج γ_T و γ_N .

6- أحسب عبارة نصف قطر الانحناء للمسار.

7- حدد فوق المسار أين تكون حركة النقطة M متسارعة وأين تكون متباطئة.

التمرين 4 : تعرف حركة نقطة مادية في جملة الاحداثيات القطبية $(O, \overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ بالمعادلات الوسيطية :

$\rho(t) = at^2 + b$ و $\theta(t) = \omega t$ حيث a و b و ω ثوابث موجبة و t يمثل الزمن.

1- ما هي وحدات الثوابت a و b و ω .

2- ما هي معادلة المسار.

3- احسب شعاع السرعة وشعاع التسارع وطويلتيهما واستنتج شعاع الواحدة المماسي للمسار.

4 - نعتبر الحالة التي تأخذ فيها الثوابت a و b و ω القيم العددية : $a = 1$ و $b = 2$ و $\omega = \pi$.

أرسم مسار النقطة المادية ثم حدد:

أ- موقع النقطة المتحركة لما : t=1 s ، t=2s و t=2.5 s.

ب- شعاع السرعة الابتدائية ومثله على الشكل.

ت- شعاع السرعة لما t=2s وشعاع التسارع لما t=2.5 s ومثل كل شعاع على الشكل.

التمرين 5 : تتحرك نقطة مادية في الإحداثيات القطبية وفق المعادلات الوسيطية :

$$\theta = \omega . t \quad و \quad \rho = R(2 + cos\theta)$$

1- شكل جدول تغير $(\rho \ , \ \theta)$ بدلالة الزمن ثم أرسم مسار الحركة

2- أحسب المركبات القطبية لشعاعي السرعة و التسارع ، ثم استنتج المركبات الديكارتية الموافقة.

3- أحسب طويلتي السرعة و التسارع و استنتج المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع.

4- أحسب نصف قطر انحناء المسار بدلالة الزمن

5- أحسب طول المسار بين اللحظة الابتدائية $t_1 = 0$ و اللحظة $t_2 = 2\pi / \omega$

6- **(إضافي)** أعد الإجابة على جميع الأسئلة السابقة في الحالة التي تكون فيها المعادلات الوسيطية هي:

$$\rho = r(1 - Sin\omega t) \quad , \quad \theta = \omega t$$

التمرين 6 : نعتبر اللولب المعرف في الإحداثيات الديكارتية بالمعادلات الوسيطية :

$x = R\cos\omega t\ ,\ y = R\sin\omega t,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$ حيث R وh و ω ثوابت موجبة .

1- عبر عن قوس عنصري ds من المسار بدلالة dx، dy و dz ثم عبرعن ds بدلالة R ، h ، ω و dt.

2- أحسب الفاصلة المنحنية $s(t) = \widehat{M_0M}$ بين $M_0(t = 0)$ و $M(t)$.

3- في الإحداثيات الأسطوانية معادلات نفس اللولب تكتب : $r=R,\ \theta = \omega t\ ,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$. عبر عن ds بدلالة dr ، $d\theta$ و dz ثم استنتج مرة أخرى عبارة ds.

4- ما هي مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$ للإحداثيات الأسطوانية.

5- باستعمال علاقة فرينت (Frenet) $\frac{d\overrightarrow{U_t}}{ds} = \frac{\overrightarrow{U_n}}{\rho}$ حدد شعاع الواحدة الناظمي $\overrightarrow{U_n}$ واحسب نصف قطر الإنحناء ρ بدلالة R و h.

6- أوجد عبارات السرعة والتسارع لنقطة M ترسم هذا اللولب في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$ و بين أن طويلة شعاع السرعة ثابتة.

7- وظف نتائج السؤال السابق للحصول على عبارة نصف قطر إنحناء اللولب.

التمرين 7: تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الزمنية :

$$Z(t) = 2\sqrt{2}re^{\omega t} \quad , \quad \rho(t) = 2re^{\omega t} \quad , \quad \theta(t) = \omega t$$

حيث ω , r ثابتان موجبان. أوجد :

1- المركبات الأسطوانية لشعاعي السرعة و التسارع و طويلتيهما.

2- المركبات الديكارتية للسرعة و التسارع.

3- المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع

4- أستنتج نصف قطر الانحناء و إحداثيات مركز الانحناء

5- أحسب طول المسار الذي تقطعه النقطة بين اللحظتين الابتدائية و t.

جامعة قسنطينة
قسم الفيزياء (LMD)

مقياس (فيزياء 1)
السنة الجامعية 2015/2014

السلسلة رقم 03 : التحريك

- التمرين 01: نقطة مادية كتلتها m تتحرك تحت تأثير قوة $\vec{F}(t)$ من الشكل:

$$\vec{F}(t) = (2t^2+1)\vec{i} + 4\vec{j} + 2t\vec{k}$$

1- احسب تغير كمية الحركة بين اللحظتين : $t_0=0$ و $t_1 = 2s$

2- عند t_0 كانت: $\overrightarrow{V(0)} = \frac{1}{m}(-4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k})$: أوجد شعاع السرعة عند $t = 2s$

- التمرين 02: نعتبر قذيفة كتلتها m تقذف بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{V_0}$ من النقطة O مبدأ المرجع $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الذي نعتبره غاليلي. السرعة $\overrightarrow{V_0}$ تصنع زاوية α مع المحور الأفقي Ox في المستوي $(\vec{i},\vec{k})$. نهمل كل أنواع الإحتكاك.

1- جد معادلة المسار للقذيفة ثم حدد الارتفاع الأعلى الذي تبلغه والمدى D الذي تصله عند سقوطها على المستوي الأفقي $z = 0$. لأي زاوية تكون D أعظمية. أحسب المسافة D والارتفاع الأعلى لهذه الزاوية عندما : $g=9.81\ m/s^2$, $V_0=30m/s$, $m=10Kg$.

نعتبر الآن أن القذيفة تتعرض لاحتكاك (مقاومة الهواء) من الشكل : $\vec{F} = -k\vec{V}$ زيادة على الثقل.

2- حدد مركبات السرعة $\vec{V}$ وشعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ للقذيفة في كل لحظة t.

3- حدد الارتفاع الأعلى للقذيفة وبين أن المسار يملك خط مقارب شاقولي يجب تحديد موقعه.

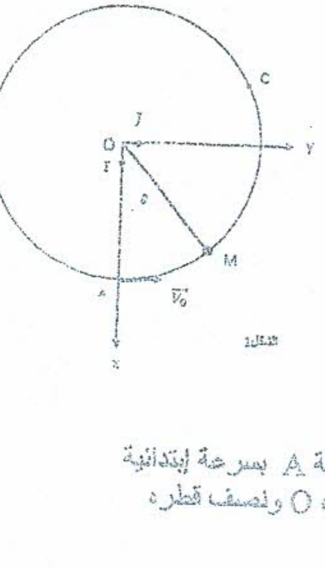
4- بين أن السرعة تؤول إلى قيمة حدية مطلوب تحديدها.

5- أرسم منحنى المسار لما: $\alpha = 45°$, m=1Kg, k=0.1 Kg s^{-1}, V$_0$=30 ms^{-1} .

- التمرين 03 : يقفز رجل وزنه $m = 70\ Kg$ من فوق جسر باستعمال حبل مرن مثبت في قدميه. في ال 20 متر الأولى من القفز، يسقط الرجل سقوطا حرا من دون أي تأثير للحبل. بعد ذلك يبدأ تأثير الحبل المرن الذي يمكن اعتباره كنابض كتلته مهملة وطوله فارغا $L_0 = 20\ m$ ومعامل مرونته $K = 120\ Nm^{-1}$. نهمل كل قوى الإحتكاك.

1. أحسب سرعة الرجل عند نهاية السقوط الحر.
2. أحسب المسافة الكلية للسقوط.
3. حدد أكبر قيمة للتسارع الذي يتعرض له الرجل.

التمرين 04: كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 1).



الشكل 1

في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$،

نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.

1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.

2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta=0$ يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.

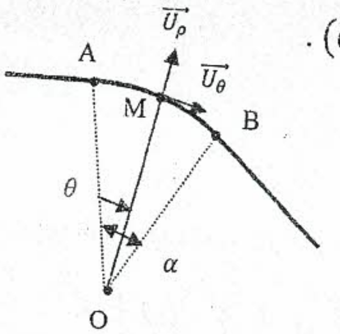
3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.

4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.

5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم. كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

التمرين 05: تباشر سيارة، نعتبرها كنقطة مادية M كتلتها $m = 1000\ Kg$ ، منحدرا في النقطة A بسرعة إبتدائية $V_0 = 125\ Km/h$. الجزء AB عند بداية المنحدر (أنظر الشكل) عبارة عن قوس دائري مركزه O ونصف قطره

$R = 130m$ وزاويته $\alpha = 15°$. نعتبر قوة الدفع لمحرك السيارة مماسية للطريق وقيمتها الجبرية $\vec{F}$ ثابتة (موجبة أثناء التسريع وسالبة عند الكبح). نهمل كل قوى الاحتكاك.



1- أكتب معادلات الحركة للنقطة M(R,θ) باستعمال الجملة القطبية $(O, \vec{U_\rho}, \vec{U_\theta})$.

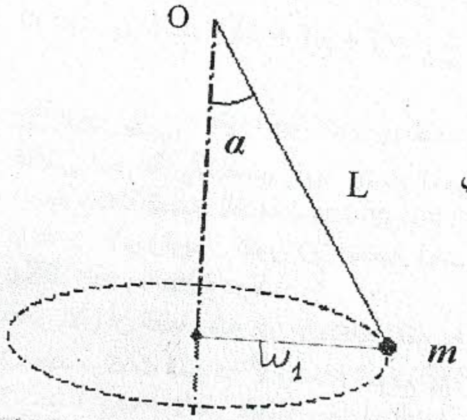
2- كامل المعادلة الناتجة عن الإسقاط على الاتجاه $\vec{U_\theta}$.

3- استنتج قوة رد الفعل R_N بدلالة: V_0 ، m ، g ، θ ، R و $\vec{F}$.

4- اوجد عبارة الزاوية θ_d التي تغادر السيارة عندها سطح الأرض.

5- أحسب هذه الزاوية عندما يوقف السائق المحرك عند النقطة A. ماذا تستنتج؟

6- أحسب قيمة V_0 التي تجعل السيارة تصل الى النقطة B من دون خطر.



<u>التمرين06 :</u> كتلة m معلقة بخيط طوله L، طرفه الآخر مثبت عند النقطة O ، تقوم بحركة دائرية منتظمة بسرعة زاوية ω_1 .

1- أوجد العلاقة بين ω_1 ، L ، g و $Cos\alpha$ ، ثم أحسب توتر الخيط

2- بين أن الحركة تكون ممكنة إذا كانت $\omega_1 \geq \omega_0$ ،عين هذه القيمة.

3- أحسب كمية الحركة $\vec{P} = m.\vec{V}$ و العزم الحركي $\vec{L}$ لهذه الكتلة، ثم أحسب عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة O و تحقق من نظرية العزم الحركي

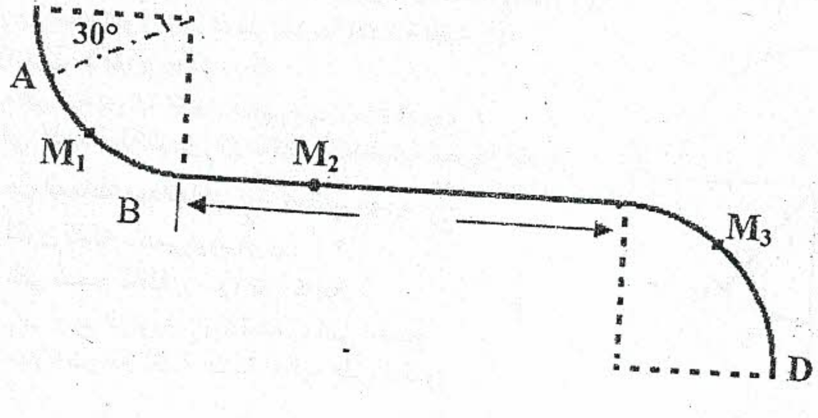
4- نفترض أن النقطة المادية تتحرك هذه المرة دون احتكاك على السطح الجانبي لمخروط نصف زاوية رأسه α، بسرعة زاوية ω_2 حيث $\omega_2 < \omega_1$ ، أحسب رد فعل المخروط . ماذا يحدث في حالة $\omega_2 > \omega_1$؟

<u>التمرين 07 :</u> جسم كتلته m ينزلق خلى سطح موجه مشكل من ثلاثة أجزاء : AB جزء من دائرة نصف قطرها R ، و BC جزء مستقيم أفقي طوله 2R ، و CD ربع آخر من دائرة لها نفس نصف القطر. نترك ينزلق الجسم بدون احتكاك على الجزئين AB و CD و على الجزء BC باحتكاك معامله f. نترك الجسم عند النقطة A (θ = 30° , t = 0) بدون سرعة ابتدائية أوجد:

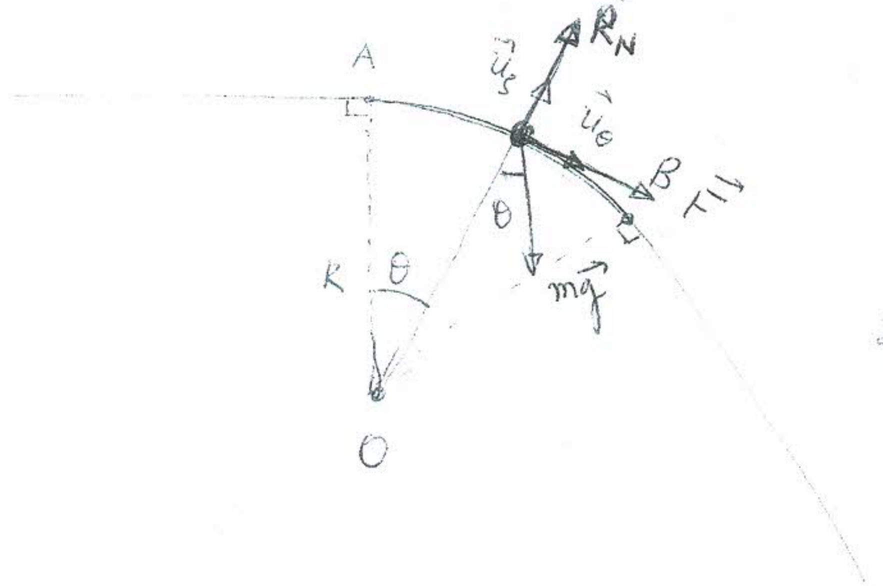
1- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_1 من الجزء AB ، ثم استنتج السرعة عند النقطة B.

2- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_2 من الجزء BC ، أحسب السرعة عند النقطة C

3- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_3 من الجزء CD ، أوجد الزاوية التي يغادر بها الجسم هذا السطح.



التمرين 05 :



عند إعتبار المسار يمثل مباشرة المنحدر أملس والسرعة $\vec{v}$ دائما مماسية له فإنه يجب أن يكون OA و OB عموديان عليه في A و B طرفي الجزء الدائري. OA هو إذن شاقولي مثل $m\vec{g}$.

1 . معادلة الحركة :

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{R}_N = m\vec{\gamma}$$

مع : $\vec{F} = \bar{F}.\vec{u}_\theta$ ، $\vec{R}_N = R_N.\vec{u}_\rho$

$$m\vec{g} = \begin{cases} -mg\cos\theta.\vec{u}_\rho \\ +mg\sin\theta.\vec{u}_\theta \end{cases}$$

$$\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2.\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}.\vec{u}_\theta$$

و $\vec{v} = R\dot{\theta}.\vec{u}_\theta$ ($v = R\dot{\theta}$.)

الإسقاط فوق $\vec{u}_\rho$ و $\vec{u}_\theta$ يعطينا :

$$\begin{cases} -mg\cos\theta + R_N = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \quad \leftarrow \text{فوق } \vec{u}_\rho \\ \bar{F} + mg\sin\theta = m\ddot{\theta} & (2) \quad \leftarrow \text{فوق } \vec{u}_\theta \end{cases}$$

2- يمكن أن نكامل المعادلة (2) بعد جدائها في $\frac{d\theta}{dt}$ أي $\dot{\theta}$

وبعد : $mR\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = [\bar{F} + mg\sin\theta]\,d\theta$

أو :

$$mR\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\,d\dot{\theta} = \int_0^{\theta} [\bar{F} + mg\sin\theta]\,d\theta$$

$$\frac{mR}{2}[\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2] = \bar{F}.\theta + mg[1-\cos\theta]$$

أو $\boxed{v^2 = 2\frac{\bar{F}}{m}R\theta + 2gR[1-\cos\theta] + v_0^2}$

3 - من المعادلة (1) نحصل على قوة رد الفعل R_N :

$$\boxed{R_N = mg\left[3\cos\theta - 2\right] - 2\bar{F}\theta - \frac{m v_0^2}{R}}$$

4 - السيارة تغادر سطح الأرض لما تصير $R_N = 0$
و تكون عبارة θ_d معطاة بالعلاقة :

$$\boxed{mg\left[3\cos\theta_d - 2\right] - 2\bar{F}\theta_d - \frac{m v_0^2}{2} = 0}$$

5 - $\bar{F} = 0$: نجد :

$$\theta_d = \text{Arcos}\left[2/3 + \frac{v_0^2}{3R}\right] = 0.18\ rd$$
$$= 10.85°$$

6 - تصل السيارة إلى B من دون خطر عندما لا تنعدم R_N
فوق $\overset{\frown}{AB}$ أي لا تغادر السيارة سطح الأرض .

أي على الأقل ؛ $\theta_d = \alpha$. و نحصل على $\bar{F}$ في
هذه الحالة بالعلاقة ؛

$$mg\left[3\cos\alpha - 2\right] - 2\bar{F}\alpha - \frac{m v_0^2}{R} = 0$$

أي

$$\bar{F} = \left\{mg\left[3\cos\alpha - 2\right] - \frac{m v_0^2}{2}\right\} / 2\alpha$$

$$\bar{F} = -909\ N$$

أي ؛

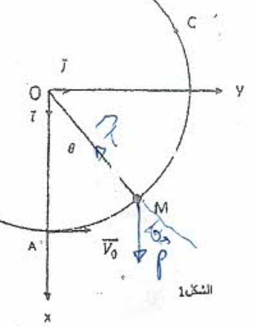
إذن، لكي تصل السيارة إلى نهاية المسار من دون خطر يجب على السائق أن يكبح السيارة بقوة تساوي $909\ N$ على الأقل .

T.D N°

التحريك

2020/2019

ت 1: ~~تمرين 04:~~ كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 1).
في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$،
نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = \left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}\right)$.

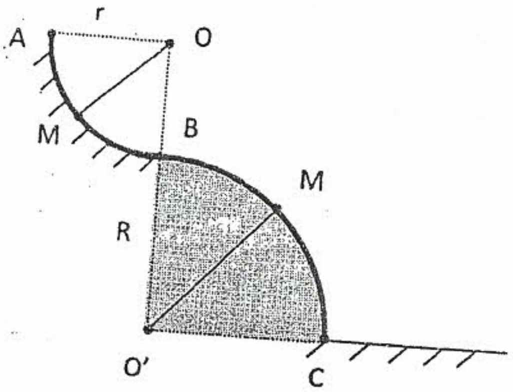


الشكل1

1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.
2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب:
$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.
3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.
4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.
5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}\vec{j}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم.
كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

ت 2

~~التمرين 3 (4 نقاط)~~ الجزء A: تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.



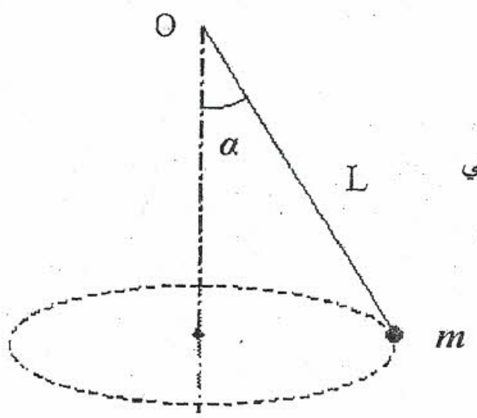
مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB .
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة.
2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة.
3- تأكد أن النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$.

~~التمرين 4 (6 نقاط)~~ الجزء (ب) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه 'O ونصف قطره R.

حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.

مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC.
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC.
2- اختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها.
3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية.
4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$.

ت 3 ~~التمرين 06~~ : كتلة m معلقة بخيط طوله L، طرفه الآخر مثبت عند النقطة O ، تقوم بحركة دائرية منتظمة بسرعة زاوية ω_1 .
1- أوجد العلاقة بين ω_1 ، L ، g و $Cos\alpha$ ، ثم أحسب توتر الخيط
2- بين أن الحركة تكون ممكنة إذا كانت $\omega_1 \geq \omega_0$ ،عين هذه القيمة.
3- أحسب كمية الحركة $\vec{P} = m.\vec{V}$ و العزم الحركي $\vec{L}$ لهذه الكتلة، ثم أحسب عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة O و تحقق من نظرية العزم الحركي
4- نفترض أن النقطة المادية تتحرك هذه المرة دون احتكاك على السطح الجانبي لمخروط نصف زاوية رأسه α، بسرعة زاوية ω_2 حيث $\omega_2 < \omega_1$ ، أحسب رد فعل المخروط . ماذا يحدث في حالة $\omega_2 > \omega_1$؟



ت 4 / العزم الحركي

السنة الجامعية 2020/2019
قسنطينة في : 2020/01/11

جامعة الإخوة منتوري قسنطينة 1
كلية العلوم الدقيقة / الجذع المشترك – علوم المادة

الحل النموذجي للمراقبة القصيرة رقم 1 في مادة الميكانيك (فيزياء 1) – المدة : 1 ساعة

التمرين الأول (08 نقاط) :

$$\frac{d\vec{L}_{(o)}}{dt} = \vec{0}$$

$$\|\vec{L}\| = \vec{cte} = \vec{OM_1}\wedge\vec{P_1} = \vec{OM_2}\wedge\vec{P_2} = \vec{OM_0}\wedge\vec{P_0}$$

$$\|\vec{OM_1}\wedge\vec{P_1}\| = \|r_1\vec{i}\wedge m v_1\vec{j}\| = \|-r_2\vec{i}\wedge -m v_2\vec{j}\|$$

$$= \|\vec{OM_0}\| \cdot \|m\vec{v_0}\| \cdot \sin\alpha$$

$$r_1 m v_1 = OM_0 \cdot m \cdot v_0 \sin\alpha \Rightarrow \boxed{v_1 = \frac{OM_0\, v_0 \sin\alpha}{r_1}}$$

$$\boxed{v_2 = \frac{OM_0\, v_0 \sin\alpha}{r_2}}$$

$$\vec{P}+\vec{T} = m\vec{\gamma} \Rightarrow p\cos\theta\,\vec{U_\rho} - p\sin\theta\,\vec{U_\theta} - T\,\vec{U_\rho} = m\gamma_\rho\vec{U_\rho} + m\gamma_\theta\vec{U_\theta}$$

$$p\cos\theta - T = m\gamma_\rho \qquad \vec{OM} = L\vec{U_\rho} \Rightarrow \vec{v} = L\dot{\theta}\vec{U_\theta}$$

$$-p\sin\theta = m\gamma_\theta \qquad \vec{\gamma} = -L\dot{\theta}^2\vec{U_\rho} + L\ddot{\theta}\vec{U_\theta}$$

$$mg\cos\theta - T = -mL\dot{\theta}^2 \Rightarrow T = mg\cos\theta + mL\dot{\theta}^2$$

$$-mg\sin\theta = mL\ddot{\theta} = mL\frac{d\dot{\theta}}{dt} = mL\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\times\frac{d\theta}{dt} = mL\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}$$

$v = R\dot{\theta}$ $\qquad -g\sin\theta\, d\theta = L\dot{\theta}\, d\dot{\theta}$

$v_0 = R\dot{\theta}_0$

$$\int g\sin\theta\, d\theta = \int L\dot{\theta}\, d\dot{\theta} \Rightarrow \left[g\cos\theta\right]_0^M = L\left[\frac{1}{2}\dot{\theta}^2\right]_0^M$$

$$g\left[\cos\theta - \cos 0\right] = \frac{1}{2}L\left[\dot{\theta}_M^2 - \dot{\theta}_0^2\right] = \frac{1}{2}L\left[\dot{\theta}_M^2 - \frac{v_0^2}{L^2}\right]$$

$$\dot{\theta}_M^2 = \frac{2g}{L}\left[\cos\theta - 1\right] + \frac{v_0^2}{L^2}$$

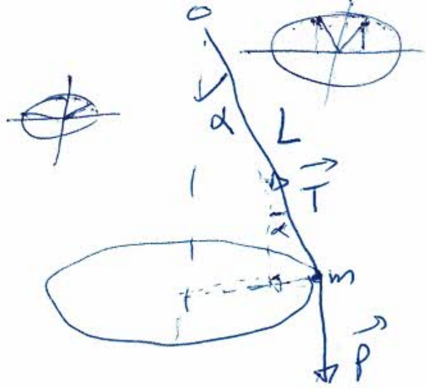
$$T = mg\cos\theta + mL\cdot\frac{2g}{L}(\cos\theta - 1) + mL\frac{v_0^2}{L^2}$$

$$= mg\cos\theta + 2mg(\cos\theta - 1) + m\frac{v_0^2}{L}$$

$$\boxed{T = 3mg\cos\theta - 2mg + m\frac{v_0^2}{L}}$$

T_{max} $\quad \theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow T_{max} = mg + m\frac{v_0^2}{L}$

T_{min} $\quad \theta = \pi \Rightarrow T_{min} = -5mg + m\frac{v_0^2}{L}$ $\qquad T > 0 \Rightarrow -5mg + m\frac{v_0^2}{L} > 0$



$\vec{AC}\begin{pmatrix}1-3\\-3-1\\2-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-4\\2\end{pmatrix}$

$4+4+16$

$24=4\times 6$

$2\sqrt{6}$

$\lfloor 6$

$\omega_1 = C^{te}$

$\cancel{tg\alpha =}$ $\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$

$\vec{P}+\vec{T} = m\vec{\gamma} = m\gamma_T \vec{u}_T + m\gamma_N \vec{u}_N$ $\quad \lfloor 1$

$\cos\alpha = \frac{P}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos\alpha}}$

$6\sqrt{6.2} =$

$6.\sqrt{12}$

$6.2\sqrt{3}$

$12\sqrt{3}$

0.28867

$T\sin\alpha\, \vec{u}_N + T\cos\alpha\, \vec{k} - mg\vec{k} = m\gamma_T \vec{u}_T + m\gamma_N \vec{u}_N$

$T\sin\alpha = m\gamma_N \Rightarrow$

$T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow$

$m\gamma_T = 0 \Rightarrow \boxed{\gamma_T = 0}$

$\boxed{\begin{matrix} T\sin\alpha = m\frac{v^2}{R} \\ mg = T\cos\alpha \end{matrix}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos\alpha}}$

$T\sin\alpha = m\frac{v^2}{R} = m\frac{(R\omega_1)^2}{R} = mR\omega_1^2$

$T\cos\alpha = mg$

$\vec{OM} = R\vec{u}_\rho$

$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

$\Rightarrow v = R\dot{\theta} = R\omega_1$

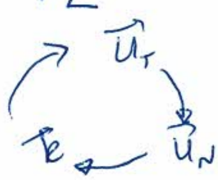
$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mR\omega_1^2}{mg} \Rightarrow tg\alpha = \frac{R\omega_1^2}{g}$ or $\sin\alpha = \frac{R}{L} \Rightarrow R = L\sin\alpha$

$\frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cos\alpha} = L\cancel{\sin\alpha}.\frac{\omega_1^2}{g} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{g}{L\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{g}{L\omega_1^2}}$

$T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\frac{g}{L\omega_1^2}} \Rightarrow \boxed{T = mL\omega_1^2}$

2°) $\cos\alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{g}{L\omega_1^2} \leq 1 \Rightarrow \omega_1^2 \geq \frac{g}{L} \Rightarrow \omega_1 \geq \sqrt{\frac{g}{L}}$

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}}$



3°) $\vec{P} = m\vec{v} = mR\omega_1\vec{u}_T = mR\sqrt{\frac{g}{L\cos\alpha}}\,\vec{u}_T$ $\quad R = ?$ $\quad \sin\alpha = \frac{R}{L} \Rightarrow \boxed{R = L\sin\alpha}$

$\vec{P} = m\sqrt{L^2\sin^2\alpha.\frac{g}{L\cos\alpha}}\,\vec{u}_T = m\sqrt{L\frac{\sin^2}{\cos\alpha}g}\,\vec{u}_T$

$\cos\alpha = \frac{OO'}{L}$

$\vec{L}_{(O)} = \vec{OM}\wedge\vec{P} = (\vec{OO'}+\vec{O'M})\wedge\vec{P} = (-L\cos\alpha\,\vec{k} + L\sin\alpha\,\vec{u}_N)\wedge mR\omega_1\vec{u}_T$

$L\sin\alpha$

$= -mL^2\sin\alpha\cos\alpha\,\vec{u}_N + mL^2 s^2\alpha\,\vec{k}$

$$\vec{\mathcal{M}}_{(0)}(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{T} + \vec{OM} \wedge \vec{P} = \left(+L\sin\alpha\,\vec{U}_\rho - L\cos\alpha\,\vec{k}\right)\wedge -mg\,\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}}_{(0)}(\vec{F}) = mgL\sin\alpha\,\vec{U}_\theta}$$

$\vec{U}_\rho$, $\vec{U}_\theta$, $\vec{k}$

$$\sum\vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$$

$$+N\sin\alpha\,\vec{k} + N\vec{U}_\rho + T\cos\alpha\,\vec{k} - T\sin\alpha\,\vec{U}_\rho - mg\vec{k} = m\gamma_\rho\vec{U}_\rho + m\gamma_\theta\vec{U}_\theta + m\gamma_z\vec{k}$$

$$\begin{cases} N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = m\gamma_z \\ N - T\sin\alpha = m\gamma_\rho = m\gamma_N = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \\ 0 = m\gamma_\theta \end{cases}$$

$$N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = 0$$

$$T\sin\alpha = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \Rightarrow T = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 + N\sin\alpha$$

$$-N\cos\alpha\,\vec{U}_N + N\sin\alpha\,\vec{k} + T\sin\alpha\,\vec{U}_N + T\cos\alpha\,\vec{k} - mg\vec{k} = m\gamma_N\vec{U}_N$$

$$\cancel{-N\cos\alpha + T\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}} = mL\sin\alpha\,\omega_2^2$$

$$N = \frac{1}{2}m\left[g\ \ldots\right] = \frac{1}{2}mg\left[1 \ldots\right]$$

$$N\sin\alpha + T\sin\alpha - mg = 0$$

$$-N\cos\alpha + T\sin\alpha = m\gamma_N = mL\sin\alpha\,\omega_2^2$$

$$N\sin\alpha + T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cancel{N\sin\alpha + \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = mg}$$

$$-N\cos\alpha + \frac{mg - N\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = mL\sin\alpha\,\omega_2^2 \Rightarrow -N\cos\alpha + \frac{mg}{\cos\alpha} - N\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} = mL\sin\alpha\,\omega_2^2$$

$$\frac{mg}{\cos\alpha} - mL\sin\alpha\,\omega_2^2 = N\left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = \frac{N}{\cos\alpha}$$

$$N = m\left[g - L\sin\alpha\,\frac{g}{L\omega_2^2}\,\omega_2^2\right] = mg\left[1 - \sin\alpha\right]$$

$$N = mg - mL\sin\alpha\cos\alpha\,\omega_2^2$$

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
Et de la Recherche Scientifique

AVENANT N° 01 AU CONTRAT N° 65 DU 21/04/2013 PORTANT MONTANT ET MODALITE D'UTILISATION DE LA SUBVENTION D'EQUIPEMENT

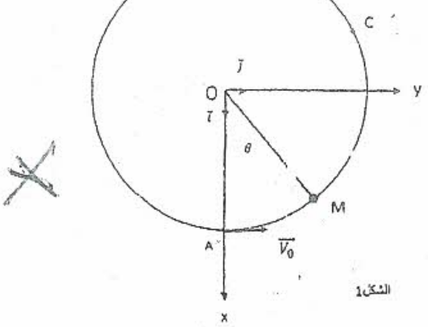
DANS LE CADRE DU FONDS NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET DU DEVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE.

I

التمرين 04: كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 1).

في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$،

نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = \left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}\right)$.



1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.

2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب:

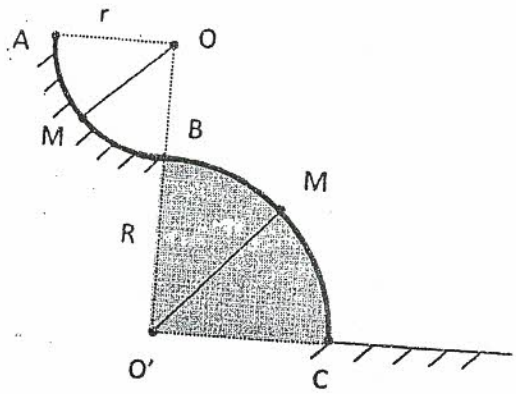
$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.

3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.

4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.

5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}\,\vec{j}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم. كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

التمرين 3 (4 نقاط) : تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.



1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB .

2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة.

3- تأكد أن النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$.

التمرين 4 (6 نقاط) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B

تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه O' ونصف قطره R.

حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.

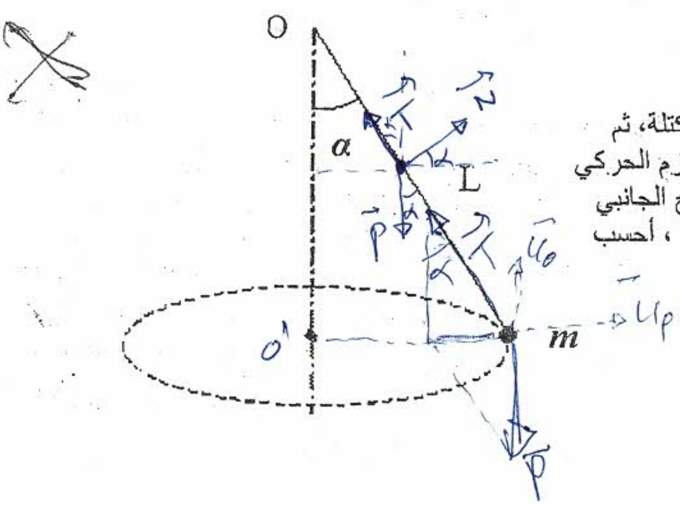
1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC.

2- اختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها.

3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية.

4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$.

التمرين06 : كتلة m معلقة بخيط طوله L، طرفه الآخر مثبت عند النقطة O ، تقوم بحركة دائرية منتظمة بسرعة زاوية ω_1 .



1- أوجد العلاقة بين ω_1 ، L ، g و $Cos\alpha$ ، ثم أحسب توتر الخيط

2- بين أن الحركة تكون ممكنة إذا كانت $\omega_1 \geq \omega_0$ ،عين هذه القيمة.

3- أحسب كمية الحركة $\vec{P} = m\,.\vec{V}$ و العزم الحركي $\vec{L}$ لهذه الكتلة، ثم أحسب عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة O و تحقق من نظرية العزم الحركي

4- نفترض أن النقطة المادية تتحرك هذه المرة دون احتكاك على السطح الجانبي لمخروط نصف زاوية رأسه α، بسرعة زاوية ω_2 حيث $\omega_2 < \omega_1$ ، أحسب رد فعل المخروط . ماذا يحدث في حالة $\omega_2 > \omega_1$؟